Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Departamento Acadêmico de Física - DAF
Ji-Paraná - RO

Acadêmico(a):			**RA**:
Curso	DCE00099/DCE00231	**Período:**	2021/2
Disciplina	Oscilações e ondas		**Nota da Avaliação:**
Professor	Quesle da Silva Martins		$\leq$ 50% = 5,0 pontos $\leq$ 75% = 8,0 pontos $>$ 75% = 10,0 pontos
	Lista II - (Avaliação 3 - parte 3)		Rúbrica do Professor

Orientações gerais:
1 - Preencha seu nome e número de registro acadêmico.
2 - A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, assim é permitidas consultas ou comunicação entre alunos.
3 - Lista deve apresentar todos os cálculos à caneta e entregue no dia 02/08.

1. O que é uma onda?
   R: Ondas são perturbações no meio existente, que se propagam, transpotando energia através do espaço, sem, entranto transportar matéria.

2. Sendo S uma função de onda, o que representa v na equação abaixo e apresente uma relação com f e λ.
$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} \tag{1}$$
   R: A equação 1 é a equação da onda, onde v é velocidade da onda, dada por
$$v = \lambda.f$$

3. Mostre que a função harmônica $S(x,t) = Asen(kx - wt)$, satistfaz a equação 1.
   Calcule as segunda derivadas parciais de S em relação a x e t

   $\frac{\partial S}{\partial x} = kAcos(kx - wt)$,
   $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -k^2 Asen(kx - wt)$

   Em seguida,

   $\frac{\partial S}{\partial t} = -\omega Acos(kx - wt)$
   $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -\omega^2 Asen(kx - wt)$

   Reunindo as segundas derivadas temos

   $-k^2 Asen(kx - wt) = \frac{1}{v^2}[-\omega^2 Asen(kx - wt)]$
   $Asen(kx - wt) = (\frac{v^2}{v^2})Asen(kx - wt)$

   Logo vemos que $Asen(kx - wt)$ satisfaz a equação da onda.

4. Considere a função de onda
$$Y(x,t) = (0,03m)sen(2,2m^{-1})x - (3,5s^{-1})t \tag{2}$$
   responda:

(a) Em qual direção se propaga a onda?
R: Na direção da coordenada x

(b) Qual o comprimento de onda, frequência e período da onda?
R: $\lambda = 2.85$ m; $f = 0,557$ Hz; $T = 1,79$ s^{-1}

(c) Qual deslocamento máximo em qualquer seguimento da onda?
R: $A = 0,03$ m

(d) Calcule a velocidade transversal[1] dos segmentos da onda.
R:

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = 0,03\left[\frac{\partial}{\partial t}(sen(2,2m^{-1})x - (3,5s^{-1})t)\right]$$

$$= (0,03)(-3,5s^{-1})cos(2,2m^{-1})x - (3,5s^{-1})t)$$

$$= -(0,105m/s)cos(2,2m^{-1})x - (3,5s^{-1})t)$$

(e) Obtenha a velocidade máxima transversal da onda.
R: $v_{v,max} = -0,105$ m/s

5. Mostre que a velocidade de deslocamento de uma onda (v) pode ser dada a partir de frequência angular (ω) e número de onda (k).
R: Sendo, $\omega = 2\pi f$ e $k = 2\pi/\lambda$
Temos,
$2\pi f = 2\pi/\lambda = c$
onde c=constante,
Fazendo $c = v$, temos
$\lambda.f = v$

6. Uma onda harmônica de $0,25$ m de comprimento e $0,012$ cm de amplitude se desloca ao longo do seguimento de uma corda com 15 m de comprimento. A corda tem comprimento total de 60 m e pesa 320 g, sobre uma tração de 12 N.

(a) Escreva a função de onda dessa onda.
R:

$$Y(x,t) = (0,00012m)sen(k.(15m) + 1190rad.s^{-1}.t)$$

(b) Qual a velocidade v e frequência angular ω da onda?
R: $v = \sqrt{720/0,32} = 47,4$ m/s; $\omega = 1190$ rad/s

7. Mostre que a combinação de duas indenticadas, mas separadas por uma diferença de fase, pode ser dada pela expressão

$$y_1 + y_2 = [2Acos\frac{\phi}{2}]sen\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)] \tag{3}$$

R: Faça

$$y_1 + y_2 = Asen(kx - wt) + Asen(kx - wt + \phi/2)$$

[1] a velcidade transversal é dada por $v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$

aplicando (sen α+ sen β)= 2 sen$\frac{1}{2}(\alpha+\beta)cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

$$y_1 + y_2 = [2Acos\frac{\phi}{2}]sen\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

8. Considerando a equação 3 explique para quais situações ocorre:
Para verificar o tipo de interferência, certifique-se do valor de ϕ para a amplitude $[2Acos\frac{\phi}{2}]$

   (a) Intereferência construtiva;
   R: Interferência construtiva ocorre quando cos $(\phi/2) = 1$. Isso é verdadeiro, por exemplo, quando $\phi = 0$, 2π, 4π, ... rad, ou seja, quando ϕ é um múltiplo par de π.

   (b) Intereferência destrutiva.
   R: Quando ϕ é igual a π rad ou a qualquer múltiplo ímpar de π, então cos $(\phi\ /2) =$ cos $(\pi\ /2) = 0$ e os picos de uma onda ocorrem nas mesmas posições que os vales da segunda onda. Temos interferência destrutiva. A onda resultante tem amplitude zero em qualquer lugar.

9. Duas fontes S_1 e S_2, que estão em fase e separadas por uma distância $D = 1,5\lambda$, emitem ondas iguais de comprimento de onda.

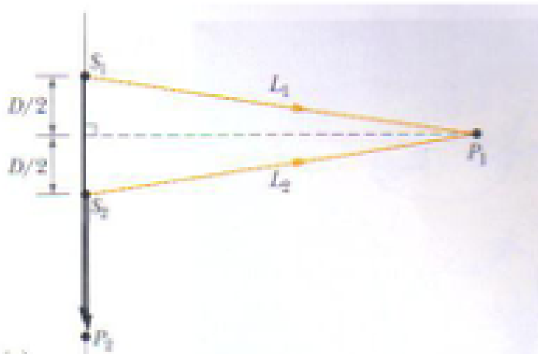

Figura 1: Caption

   (a) Qual a diferença de percursso das ondas S_1 e S_2 no ponto P_1. Que tipo é a interferência nesse ponto?
   R: As duas ondas percorrem distâncais iguais, portanto $\Delta L = 0$. Aqui a interferência é construtiva.

   (b) Quais são a diferença de percursso e o tipo de interferência em P_2?
   R: As ondas estas defasadas por $\Delta L = 1,5\lambda$. No ponto P_2 a interferência é destrutitva.

10. Duas fontes sonoras oscilam em fase. Obtenha a amplitude (s_0) num ponto qualquer, distante 5 m de uma das fontes e 5,17 m da outra, quando a frequência das ondas sonoras[2] são de:

R: A solução pode ser dada a partir da combinação de duas ondas quando quando há diferença de percurssos ($\Delta\phi$) e conhecer a amplitude nessa equação.

$$y_1 + y_2 = [2Acos\frac{1}{2}\phi]sen(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi)$$

$$\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$$

[2]considere a velocidade de ondas no ar de 340 m/s.

$$\lambda = \frac{340m/s}{f}$$

(a) 1000 Hz;

$$\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$$

=

$$\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{0,34} = \pi$$

$$A = 2s_0cos\frac{1}{2}\phi = 2As_0cos\frac{\pi}{2} = 0$$

Interferência destrutiva

(b) 2000 Hz;

$$A = 2s_0cos\frac{1}{2}\phi = 2As_0cos\pi = -2s_0$$

Interferência construtiva

(c) 500 Hz.

$$A = 2s_0cos\frac{1}{2}\phi = 2As_0cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}s_0$$

Interferência parcial

11. Ondas sonoras estacionárias são formadas em um tubo fechado de comprimento de 0,80 m. Indique a frequência (f) dos quatros primeiros modos normais de oscilação.
R: Frequências dos modos normais em tubo fechado equivale à onda numa corda com extremidades fixas.

$$f_n = \frac{v}{2L}n$$

n =número de harmônicos
v =velocidade do som (no ar) (ondas sonora)

$$f_1 = \frac{v}{2(0,80)}1 = \frac{v}{1,60}$$

$$f_2 = \frac{v}{2(0,80)}2 = \frac{v}{(0,80)}$$

$$f_3 = \frac{v}{2(0,80)}3 = \frac{v3}{(1,60)}$$

$$f_4 = \frac{v}{2(0,80)}4 = \frac{v2}{(0,80)}$$

12. Uma onda descrita por $y = (0,00327)sen(72,1x - 2,72t)$ se propaga numa corda.
   (a) Qual a amplitude?
   R: $A = 0,00327$ m
   (b) Quais são o comprimento de onda, o período e a frequência da onda?
   R: $\lambda = 0,0871$ m; $T = 2,31$ s; $f = 0,433$ Hz

(c) Qual a velocidade onda?
R: $v = 0,0377$ m/s

(d) Qual o deslocamento y para $x = 0,225$ m e $t = 18,9$ s?
R: $y = (0,00327)sen(72,1 \times 0,225 - 2,72 \times 18,9)$
$y = 1,92 \times 10^{-3}$ m

(e) Qual a velocidade e aceleração transvesal dos segmentos da corda?
R: $\frac{\partial y}{\partial t} = (-2,72rad/s)(0,00327m)cos(-35,185rad) = 0,0072$ m/s;
$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = (-2,72rad/s)^2(0,0191m) = -14,2$ m/s^2

13. Uma onda senoidal com $f = 120$ Hz é produzida numa corda de $\mu = 525g/m$ sobre uma tensão de 45 N. Qual a velocidade de propagação dessa onda?

$v^2 = F_T/\mu$
$v^2 = 45/525 \times 10^{-3}$
$v = 9,26$ m/s

14. Duas ondas se propagando em direções opostas produzem uma onda estacionária. As funções de ondas individuais são:

$$y_1 = 4,0sen(3,0x - 2,0t) \tag{4}$$

$$y_2 = 4,0sen(3,0x + 2,0t) \tag{5}$$

(a) Encontre a amplitude do movimento harmônico simples do elemento do meio localizado em $x = 2,3$ m;
R: $y_1 + y_2 = 2Asen(kx)cos(\omega t)$,
A amplitude é dada simplesmente por $2Asen(kx)$,
y_{max}=Deslcamento máximo, portanto

$y_{max} = 2(4,0)sen((3,0)(2,3))$
$y_{max} = 4,6$ m

(b) Encontre a expressão geral da posições dos nós e antinós quando uma extremidade da corda estiver a $x = 0$.
R: A questão envolve em definir qual a expressão geral para uma corda com extremidades fixas de comprimento L. Entenda que a posição numa das extremidades é $x = 0$ e o que resta é definir como se formam os harmônicos em toda a extensão L da corda.

- A expressão para os nós é dada por

$$L = \frac{\lambda}{2}n$$

- A expressão para os antinós é dada por

$$L = \frac{\lambda}{4}n$$

Sabendo:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

logo

$$\lambda = \frac{2\pi}{3,0}m$$

O que nós das expressões acima:

- A expressão para os nós

$$L = \frac{\pi}{3,0}n$$

para $n = 0, 1, 2, 3...$

- A expressão para os antinós

$$L = \frac{\pi}{6,0}n$$

para $n = 1, 3, 5...$

15. Explique a formação de ondas estacionários em tubo aberto, como os da figura 2.

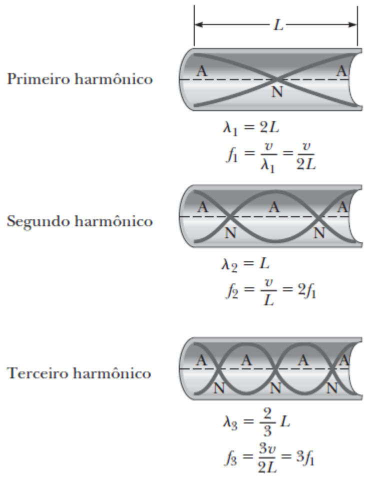

Figura 2: Harmônicos de oscilação de ondas sonoras em tubo aberto.

R: Quando uma onda é sujeita a condições de contorno, somente algumas frequências naturais são permitidas; dizemos que as frequências são quantizadas. Assim, pode haver um nó ou um antinó no final de uma coluna de ar, dependendo se a extremidade estiver aberta ou fechada. A extremidade fechada de uma coluna de ar é um nó de deslocamento, assim como a extremidade fixa de uma corda de vibração é um nó de deslocamento. Por outro lado, a extremidade aberta de uma coluna de ar é quase um antinó de deslocamento e um nó da pressão.

Em um tubo aberto nas duas extremidades, as frequências naturais de oscilação formam uma série harmônica que inclui todos os números inteiros múltiplos da frequência fundamental.

$$f_n = \frac{v}{2L}n$$

16. Mostre que para um fenômeno de batimento, as ondas $y_1 = Acos(2\pi f_1)t$ e $y_2 = Acos(2\pi f_2)t$ podem ser combinadas, formado a expressão

$$y = \left[2Acos(2\pi)\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]cos(2\pi)\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t \tag{6}$$

R: Assumindo a identidade trigonométrica cos α + cos β =2cos[$\frac{1}{2}(\alpha - \beta)cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$.
Aplicando na combinação de ondas $y_1 + y_2$,
Resolvendo a equação, teremos

$$y = \left[2Acos(2\pi)\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]cos(2\pi)\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t$$

17. Uma corda fixa entre dois pontos com comprimento $L = 0,7m$. Sabendo que a frequência de oscilação de 440 Hz está ajustada ao modo fundamental de oscilação. Diga qual a velocidade das ondas na corda.
R: Sendo

$$\lambda = 2L/n = 2(0,7)/1 = 1,4m$$

, logo

$$v = \lambda.f = (1,4)(440) = 616m/s$$

18. A pressão de 2 atm corresponde a que profundidade em lago? A pressão da superfície do lago é 1 atm. (Use $P = P_0 + \rho g \Delta h$).
R:

$$\Delta h = \frac{P - P_0}{(\rho g)}$$

$$\Delta h = \frac{(202 \times 10^3[Pa] - 101 \times 10^3[Pa])}{(1000[kg/m^3] \times (9,81[N/kg]))} = 10,29m$$

19. O princípio de Pascal cita que "uma mudança na pressão aplicada a um fluido é transmitida sem diminuição para todos os pontos no fluido e para as paredes do recipiente". Considerando a afirmação, diga qual força deve ser aplicada ao pistão menor de 0,02 m de raio, para elevar um veículo de 1500 Kg de massa, sabendo que o pistão maior tem 0,2 m de raio?
R: A resposta é dada conhecendo

$$P = \frac{F}{A}$$

- Pressão pistão menor (A_1)

$$F_1 = PA_1$$

  Pressão pistão maior (A_2)

$$P = \frac{mg}{A_2}$$

- A força no pistão menor é dada por

$$F_1 = mg\frac{A_1}{A_2} = (1500 \times 9,8)\left(\frac{0,02}{0,2}\right)^2 = 147N$$

20. Supostamente, pediram a Arquimedes para determinar se uma coroa feita para o rei era feita de ouro puro. De acordo com a lenda, ele resolveu esse problema pesando a coroa primeiro no ar, e depois na água[3]. Suponha que a balança tenha marcado 7,84 N quando a coroa estava no ar e 6,84 N quando estava na água. O que Arquimedes deveria ter dito ao rei?
R: Vide nota do rodapé

[3] Veja a Figura 15.12, pg 105, Capítulo 15 — Mecânica dos fluidos, Princípios de Física Vol 2. Serway.

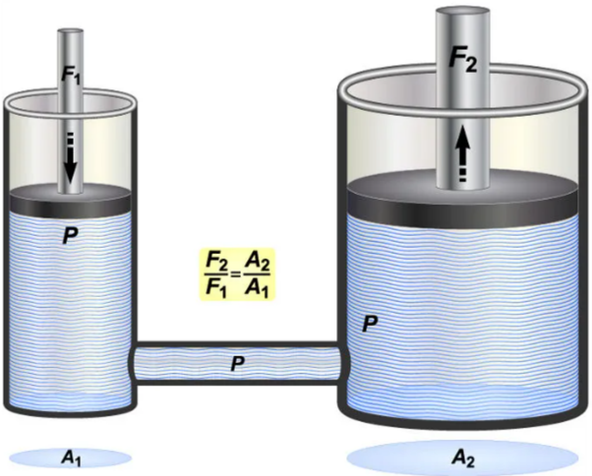

Figura 3: Pistão de tubos abertos.